

Лекция 7. Методы символьной обработки: рекурсивный спуск и алгоритмы трансляции выражений

К этой области относятся задачи на программирование редактирования текстов, поисковых машин, систем распознавания текстов, на разработку программ-переводчиков, трансляторов языков программирования и других приложений.

Символьная обработка занимает больше времени в компьютере, чем операции с числовой информацией. Входная и выходная информация представляется в текстовом виде и при ее вводе-выводе приходится преобразовывать символьные данные во внутреннее представление и наоборот.

Речевой текст обычно представляет собой последовательность *предложений* – самостоятельных частей, выражающих законченную мысль. Предложения состоят из слов (лексем), составленных из символов некоторого алфавита. *Лексема* (лексическая единица) – это минимальная часть текста, имеющая смысл.

Описание любого разговорного языка (в том числе правила построения входного текста программы) состоит из *грамматики* – описания формы текста, и *семантики*, определяющей смысл этого текста.

Грамматика включает *алфавит* (набор используемых символов), лексику и синтаксис. *Лексика* задает правила записи лексем (слов) из символов алфавита. *Синтаксис* – это правила составления предложений языка из символов и лексем.

Обработка текста включает его *анализ* – разложение на составные части, и действия, зависящие от *семантики* текста – смысла решаемой задачи.

Для описания грамматики текста в программировании широко используются формальные метаязыки: БНФ, МБНФ, регулярные выражения, синтаксические диаграммы и др. Математическим аппаратом символьной обработки является теория формальных языков и грамматик и теория автоматов [66 - 68, 75].

Рассматриваемые методы можно применять для анализа и преобразования не только символьной, но и другой сложно организованной информации.

Синтаксический анализ предложений требует обычно использования более сложных методов, чем обработка слов. В таких случаях программа упрощается, если обработку слов (*лексический анализ*) отделить от обработки предложений.

Тогда программа анализа предложений избавляется от мелких операций с символами (пропуска пробелов и других “пустых” символов, выделения из текста отдельных слов, имеющих разную длину и т.п.), и работает с лексемами, представленными в виде элементов фиксированной длины.

Одну из проблем техники программирования символьной обработки создает наличие в тексте конструкций переменной длины. Это могут быть, например, числа и другие слова, составленные из разного количества символов, или предложения, состоящие из неизвестного заранее числа лексем.

Каждая часть текста обычно обрабатывается отдельной программой (подпрограммой или фрагментом программы). При наличии в тексте конструкций переменной длины его необходимо читать по одному символу (или по одной лексеме). Чтобы найти конец такой конструкции, программе придется прочитать лишний символ (лексему), относящийся к следующей конструкции, обрабатываемой уже другой программой.

В подобных случаях удобно, чтобы каждая программа обработки части текста вела себя одинаково: начинала работать, когда первый символ ее части прочитан, а заканчивала чтением первого символа следующей части. Тогда эти программы хорошо стыкуются друг с другом. Таким же образом удобно строить тело цикла, обрабатывающего повторяющуюся часть текста.

Если же в таких случаях некоторые программы читают первый символ следующей части, а другие не читают, то могут возникать характерные для символьной обработки неприятные ошибки типа “*плюс-минус один*” с текущим символом, когда программа в какой-то момент читает на один символ больше или меньше требуемого. Эти ошибки трудно не только искать, но и устранять: при исправлении одного места программы нарушается работа в другом.

Рассмотрим простой и достаточно универсальный метод символьной обработки – *рекурсивный спуск* и методы записи и трансляции выражений.

7.1. Метод рекурсивного спуска

Метод *рекурсивного спуска* (метод синтаксических подпрограмм) основан на том, что структура алгоритма часто повторяет структуру читаемых им данных. Повторяющемуся фрагменту данных в алгоритме соответствует цикл, а вариантам представления информации – ветвление.

В методе *рекурсивного спуска* транслятор или другая программа анализа текста представляется в виде набора подпрограмм, каждая из которых читает и обрабатывает в тексте свою конструкцию и вызывает (в том числе рекурсивно) соответствующие подпрограммы для анализа вложенных в нее конструкций.

Формат входных данных описывается в виде грамматики, например, на метаязыке МБНФ. Алгоритмическая структура подпрограммы соответствует правилам грамматики для ее конструкции:

метасимволу повторения “...” соответствует цикл,

метасимволу “или” | - условный оператор,

конструкции вида [] ... - цикл с предусловием **while**, т.к. возможно нулевое число повторений, поскольку конструкции вида [] - не обязательна.

Пример 7.1. Вычисление выражения. Входной текст представляет собой выражение из целых чисел с операциями +, -, *, / и скобками, заканчивающееся знаком “=”. Требуется составить программу вычисления значения соответствующего выражения.

Пример. Вход: 26+36/2*3-(100+4*5)/30 =
 Выход: 76

Решение. Будем решать задачу поэтапно, постепенно расширяя возможности программы. На *первом этапе* будем обрабатывать только выражения с операциями сложения и вычитания без скобок.

Запишем на метаязыке МБНФ грамматику входного текста – выражения. Оно представляет собой алгебраическую сумму слагаемых, являющихся числами. Грамматика примет вид:

```
выражение ::= слагаемое [{+ | -} слагаемое]...
слагаемое ::= число
число     ::= цифра...
цифра     ::= 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9
```

Программа будет включать функции (подпрограммы) чтения выражения, слагаемого и числа и вычисления значения соответствующей конструкции.

Здесь имеется конструкция переменной длины: число может состоять из разного количества цифр. Поэтому удобно, чтобы каждая подпрограмма (кроме подпрограммы вычисления выражения, которая вызывается первой) начинала работу, когда предыдущая подпрограмма прочитает первый символ ее конструкции, и заканчивала чтением первого символа следующей конструкции.

Из правил грамматики легко получается набор соответствующих подпрограмм - программа 7.1.

Алгоритм 7.1.

```
/*Вычисление инфиксного выражения без пробелов с целыми      */
/* десятичными числами и операциями +, -.                      */
/* Метод рекурсивного спуска.                                  */
#include <stdio.h>
char c;                  /* Текущий символ входного текста */
int slag ();
int chislo ();

/*   выражение ::= слагаемое [{+ | -} слагаемое]...          */
int vyrazh ()
{ int z, znak;
  c=getchar();
  z = slag();
  while (c=='+' || c=='-')
  { if (c=='+')  znak=1; else  znak=-1;
    c=getchar(); z=z+znak*slag();
  }
}
```

```

    }
    return z;                               /* Значение выражения */
}
/* слагаемое ::= число */
int slag ()
{ int z, d;
  z = chislo();
  return z;                                 /* Значение слагаемого */
}

/* число ::= цифра... */
int chislo ()
{ int z;
  z=0;
  while (c>='0' && c<='9')
  { z=10*z+c-'0'; c=getchar(); }
  return z;                                 /* Значение числа */
}
int main ()
{ printf ("%d \n", vyrazh());
  getch();
}

```

На *втором этапе* разрешаем использовать в выражении умножение и деление. Как изменится при этом грамматика входного текста? Очевидно, общий вид выражения сохранится: оно по-прежнему является алгебраической суммой, и подпрограмма `vyrazh()` останется без изменений.

Изменится только вид слагаемого, которое теперь может содержать операции умножения и деления с числовыми операндами (назовем их “множителями”). В грамматике появятся правила:

```

слагаемое ::= множитель [{* | /} множитель] ...
множитель ::= число

```

Множитель имеет такой же вид, какой на первом этапе имело слагаемое, и в качестве подпрограммы `mnozhh()` для вычисления множителя используем переименованную подпрограмму `slag()`.

Новая подпрограмма `slag()` очень похожа на подпрограмму `vyrazh()` – алгоритм 7.2. При делении на ноль программа для простоты не выдает сообщение об ошибке (как должна бы поступать реальная, а не учебная программа), а просто присваивает результату ноль.

Алгоритм 7.2. Версии подпрограмм для реализации умножения и деления.

```

/* слагаемое ::= множитель [{* | /} множитель] ... */
int slag ()
{ int z, d;
  z = mnozh();
}

```

```

while (c=='*' || c=='/')
{   if (c=='*')
    { c=getchar(); z=z*mnozh(); }
    else
    { c=getchar(); d=mnozh();
      if (d!=0) z=z/d; else z=0;          /* Ошибка */
    }
}
return z;                                /* Значение слагаемого */
}
/* множитель ::= число */
int mnozh ()
{ int z, d;
  z = chislo();
  return z;
}                                         /* Значение множителя */

```

Остался последний шаг – допустить использование скобок. Что теперь произойдет с грамматикой? Изменяется только форма множителя: он может теперь записываться еще и в виде выражения, заключенного в скобки:

множитель ::= число | (выражение)

В подпрограмме вычисления множителя `mnozh()` появится еще лишь один оператор `if`. Получим окончательную грамматику:

```

выражение ::= слагаемое [ {+ | -} слагаемое ] ...
слагаемое ::= множитель [ { * | / } множитель ] ...
множитель ::= число | (выражение)
число      ::= цифра ...
цифра     ::= 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9

```

Приоритеты операций отражены в грамматике за счет наличия двух категорий операндов и операций: слагаемые для операций `+` и `-` и множители для операций `*` и `/`. Соответствующая программа приведена в алгоритме 7.3.

Полученная грамматика является (косвенно) рекурсивной: конструкция “выражение” определена через “слагаемое”, которое определяется через “множитель”, а его определение по кругу ссылается на “выражение”.

Поэтому и программа содержит вызывающие по кругу друг друга косвенно рекурсивные функции `vyrazh()`, `slag()` и `mnozh()`.

Выходом из этого круга служит нерекурсивная ветка в грамматике

множитель ::= число

и соответствующая ветвь оператора `if` в функции `mnozh()`, не содержащая рекурсивного вызова функции `vyrazh()`.

Алгоритм 7.3. Вычисление целочисленного выражения

```

/*Вычисление инфиксного выражения без пробелов с целыми */
/* десятичными числами, операциями +, -, *, / и скобками. */
/* Метод рекурсивного спуска. */

#include <stdio.h>
char c; /* Текущий символ входного текста */
int slag ();
int mnozh ();
int chislo ();

/* выражение ::= слагаемое [{+ | -} слагаемое]... */
int vyrazh ()
{ int z, znak;
  c=getchar();
  z = slag();
  while (c=='+' || c=='-')
  { if (c=='+') znak=1; else znak=-1;
    c=getchar(); z=z+znak*slag();
  }
  return z; /* Значение выражения */
}
/* слагаемое ::= множитель [{* | /} множитель]... */
int slag ()
{ int z, d;
  z = mnozh();
  while (c=='*' || c=='/')
  { if (c=='*')
    { c=getchar(); z=z*mnozh(); }
    else
    { c=getchar(); d=mnozh();
      if (d!=0) z=z/d; else z=0; /* Ошибка */
    }
  }
  return z; /* Значение множителя */
}
/* множитель ::= число | (выражение) */
int mnozh ()
{ int z;
  if (c>='0' && c<='9') return chislo();
  else if (c=='(')
  { z=vyrazh(); c=getchar(); return z; }
  else return 0; /* Ошибка */
}
/* число ::= цифра... */
int chislo ()
{ int z;

```

```

z=0;
while (c>='0' && c<='9')
{ z=10*z+c-'0'; c=getchar(); }
return z; /* Значение числа */
}
int main ()
{ printf ("%d \n", vyrazh());
  getch();
}

```

Пример 7.2. Анализ текста - последовательности слов. Пусть входной текст представляет собой последовательность слов, разделенных пробелами, символами "новая строка" и др.

Пример текста: to be or not to beEOF

С этим текстом можно решать разные задачи, например:

- а) найти самое длинное слово (такой пример приведен в первой части учебника [67]);
- б) подсчитать количество слов;
- в) составить словарь слов с указанием, сколько раз в тексте встречается каждое слово (см. раздел 5) и т.п.

Синтаксис (структуру) текста можно описать разными грамматиками и от этого зависит алгоритм анализа текста. Приведем два из возможных вариантов.

1. Рассмотрим текст как последовательность слов. Тогда возможна следующая грамматика для текста:

```

текст ::= [слово]..EOF
слово ::= [разделитель]..[символ_слова]...
разделитель ::= пробел | новая-строка

```

Алгоритм чтения и анализа текста для этой грамматики имеет вид:

```

while ((sim=getchar())!=EOF) /*пока не конец файла */
{
  /* Пропуск разделителей */
  while (sim==' '||sim=='\n')
    sim=getchar();
  /* Чтение символов слова */
  while (sim!=' ' && sim!='\n' && sim != EOF)
  {
    sim ==> слово
    sim = getchar();
  }
  . . . /* Действия, связанные с семантикой */
}

```

2. Представляя текст как последовательность символов, получим другой вариант грамматики для текста:

```

текст ::= [символ... ] EOF
символ ::= разделитель | символ_слова
разделитель ::= пробел | новая_строка
символ_слова ::= не_разделитель

```

Алгоритм чтения и анализа текста для этой грамматики будет другим:

```

while ((sim=getchar())!=EOF) /*пока не конец файла */
{
  if (sim!=' ' && sim!='\n' && sim!= EOF)
    sim ==> слово
  else
  {
    /* разделитель, т.е. конец слова */
    . . . /* Действия связанные с семантикой */
  }
}

```

Оба варианта алгоритма содержат одинаковые операции (обработку разделителя и символа слова, действия связанные с семантикой текста – смыслом задачи), но по-разному управляют последовательностью их выполнения. Каждый из этих вариантов имеет свои достоинства и недостатки.

Рекурсивный спуск, по сути дела, представляет собой методику построения программ. При его использовании можно написать программу, как метко сказано в одной книге, “почти так же быстро, как мы вообще можем писать”. Другим достоинством является уменьшение вероятности ошибок в программе благодаря соответствию между грамматикой и алгоритмом. Возникающие при этом ошибки обычно бывают довольно простыми и легко исправимыми. Как видно из примера 7.1, в написанную таким способом программу легко вносить изменения.

Недостаток этого метода в том, что написанные таким способом программы получаются громоздкими и выполняются сравнительно медленно из-за большого числа вызовов подпрограмм. Для некоторых видов грамматик этот метод напрямую вообще не работает [15, 75].

В разделе 9 описывается построенный методом рекурсивного спуска компилятор С0, переводящий программу с простого варианта упрощенного языка С на язык ассемблера персонального компьютера IBM PC. Для трансляции выражений в компиляторе С0 используется метод стека с приоритетами, рассмотренный в следующем разделе.

7.2. Трансляция выражений

Рассматриваются некоторые методы обработки выражений в трансляторах, обучающих и других программах. Эти методы полезны для организации более интеллектуального ввода числовых данных в прикладных программах.

Алгоритмы 7.4 - 7.8 сформулированы для бинарных операций, но легко обобщаются на любое число операндов.

7.2.1. Способы записи выражений

Обычно в выражениях знак операции записывается между операндами и иногда требуются скобки:

$a + b$ - *инфиксная запись* (in - внутри).

Польский математик Ян Лукашевич предложил два других способа - записывать знак операции перед операндами или после операндов:

$+ a b$ - *префиксная запись* (прямая польская запись);

$a b +$ - *постфиксная запись* (обратная польская запись).

Функциональная запись $f(a, b)$ фактически является разновидностью префиксной записи, поскольку f можно рассматривать как операцию.

Польская запись является *бесскобочной*, так как позволяет написать любое выражение без скобок, например:

$a + (b - 1) / 4$ - инфиксная запись;

$+ a / - b 1 4$ - префиксная запись;

$a b 1 - 4 / +$ - постфиксная запись.

Порядок следования операндов во всех трех способах одинаков, отличается только порядок операций.

В польской записи не требуются скобки, поскольку операции выполняются том порядке, в котором они написаны (если префиксную запись читать справа налево). Поэтому эти способы, особенно постфиксная запись, используются в трансляторах (и микрокалькуляторах).

Постфиксную запись легко транслировать (интерпретировать или компилировать) с помощью стека за один просмотр слева направо. В постфиксной форме можно записывать не только выражения, но и операторы, т.е. всю программу. Она широко используется в трансляторах в качестве промежуточного языка.

7.2.2. Трансляция постфиксного выражения

При интерпретации (вычислении) каждый операнд выражения помещается в стек, а операция выполняется над последними элементами стека (операнды выталкиваются, а результат операции помещается в стек) – алгоритм 7.4.

Алгоритм 7.4. Вычисление (интерпретация) постфиксного выражения

```

Создать пустой Стек;
while (не конец выражения)
{  Чтение s;                /* Текущее слово (операнд | операция) */
  if (s - операнд) Стек <== числовое значение s;
  else                    /* s - операция */
  {  Стек ==> y;  Стек ==> x;
    Стек <== s(x, y);    /* Операция s над x и y */
  }
}
Стек ==> Результат;

```

Тест. a=3, b=9. Ввод: a b 1 - 4 / +

Выход: 5

Трассировочная таблица:

s =	a	b	1	-	4	/	+	
x =				9		8	3	
y =				1		4	2	
Результат =								5
Стек =								

Алгоритм компиляции (перевода) постфиксного выражения такой же, как при интерпретации (алг. 7.5): с помощью стека определяются операнды каждой операции. Только вместо выполнения операции в выходную программу помещается ее перевод на другой язык, а в стек записывается имя переменной, которой присваивается результат. Поэтому компилятору не требуются числовые значения операндов: он переписывает тексты операндов из входного выражения в выходную программу.

Пусть, например, выражение переводится в последовательность элементарных присваиваний, содержащих одну арифметическую операцию. Используются вспомогательные переменные вида R_i (R_1, R_2, \dots). После использования промежуточного результата R_i переменная R_i освобождается, и ее можно использовать вновь. Это позволяет экономить переменные.

Примечание. Переменные R_i тоже образуют стек, но, в отличие от использованного в алгоритме 7.5 стека периода трансляции, он функционирует, подобно стеку из алгоритма 7.4, при выполнении транслированной программы, и его можно назвать стеком выполнения.

Алгоритм 7.5. Перевод (компиляция) постфиксного выражения в элементарные присваивания

```

i = 1;                               /* Номер очередной переменной вида Ri */
Создать пустой Стек;
while (не конец выражения)
{  Чтение s;                          /* Текущее слово (операнд | операция) */
  if (s - операнд) Стек <== s;
  else                                /* s - операция */
  {  Стек ==> y;  Стек ==> x;
    if (y имеет вид Rj) i = j;        /* Rj освободится (j<i)*/
    if (x имеет вид Rj) i = j;        /* Rj освободится (j<i)*/
    Вывод "Ri = x s y ;" ;           /* Вместо i, x, s, y - значения */
    Стек <== "Ri";  i++;
  }
}

```

Тест. Вход: 3 a * b 1 - 4 / +
 Выход: R1=3*a; R2=b-1; R2=R2/4; R1=R1+R2;

Трассировочная таблица:

s =	3	a	*	b	1	-	4	/	+
x =			3			b		R2	R1
y =			a			1		4	R2
i =	1			2			3	2 3	2 1 2
Вывод:			R1=3*a			R2=b-1		R2=R2/4	R1=R1+R2
Стек =									

7.2.3. Трансляция инфиксного выражения

Идею метода *стека с приоритетами* для трансляции выражений предложил Э. Дейкстра в 1960 г. Этот метод позволяет за один просмотр инфиксного выражения слева направо либо перевести его в постфиксную запись, либо интерпретировать его, т. е. вычислить, либо компилировать - перевести на другой язык.

Выражение рассматривается как последовательность *секций*, состоящих из *терма* (операнда), который может отсутствовать, и *ограничителя*:

```

выражение ::= секция ...
секция ::= [терм] ограничитель
терм ::= число | имя
ограничитель ::= знак-операции | ( | ) | конец-выражения
конец-выражения ::= ∇

```

К ограничителям относятся знаки операций, скобки, символ конца выражения и др. Ограничителям присвоены *приоритеты* по старшинству операций (табл. 7.1). Набор операций легко расширять, дополнив таблицу приоритетов.

Для определения порядка выполнения операций используется стек.

Таблица 7.1
Приоритеты ограничителей

Ограничитель	Приоритет
(0
) конец выражения	1
+ -	2
* /	3

1. Перевод инфиксного выражения в постфиксную запись

Порядок операндов в инфиксном и постфиксном выражениях совпадает. Поэтому каждый операнд (терм) входного выражения сразу переписывается на выход. Ограничители переупорядочиваются с помощью стека. Элемент стека содержит ограничитель (и его приоритет). Каждый ограничитель выталкивает из стека в выходной текст ограничители с большим, чем у него, или равным приоритетом, а затем помещается в стек.

Исключение делается для скобок: открывающая скобка сразу помещается в стек без проверки приоритетов, а закрывающая скобка выталкивает из стека ограничители до соответствующей открывающей скобки, но сама в стек не помещается, а вместо этого выталкивает открывающую скобку без записи в выходной текст (алг. 7.6).

Необходимо, чтобы никакая операция не могла вытолкнуть открывающую скобку, а закрывающая скобка выталкивала все операции. Поэтому скобкам назначают приоритет меньше, чем у операций. Символ конца выражения играет роль закрывающей скобки всего выражения и имеет такой же приоритет.

Алгоритм 7.6. Перевод инфиксного выражения в постфиксное

```

Создать пустой Стек;
while (s != конец-выражения)
{  Чтение s;                /* текущее слово (терм | ограничитель) */
  if (s - терм)             Вывод s;
  else                       /* s - ограничитель */
  {  if (s != '(')
      /* Выталкивание более приоритетных ограничителей */
      while (Стек не пуст && приоритет s <= приоритет Стек)
      {  Стек ==> y;
          Вывод y;
      }
      if (s == '(') Стек ==>; /* вытолкнуть '(' без вывода */
      else         Стек <== s;
  }
}

```

Тест. Вход: $a + (b - 1) / 4 \nabla$ Выход: $a b 1 - 4 / +$

Трассировочная таблица:

s =	a	+	(b	-	1)	/	4	∇	
Выход =	a			b	1	-			4	/	+
Стек =											

+

(+

(+
-

(+

+

/+

+

∇

2. Интерпретация инфиксного выражения

При интерпретации или компиляции инфиксного выражения элемент стека содержит секцию, т.е. терм и ограничитель. Терм каждой секции сразу помещается в стек, а ограничитель сначала выталкивает из стека ограничители с большим, чем у него, или равным приоритетом, а затем тоже помещается в стек.

Исключение делается для скобок: открывающая скобка сразу помещается в стек без выталкивания ограничителей, а закрывающая скобка выталкивает из стека все операции до соответствующей открывающей скобки, но сама в стек не помещается, а вместо этого выталкивает открывающую скобку. Для этого скобкам назначают приоритет меньше, чем у операций.

Символ конца выражения играет роль закрывающей скобки всего выражения и поэтому имеет такой же приоритет.

Выталкивание ограничителя означает реализацию соответствующей ему операции над нужным для нее количеством последних термов стека, удаление из стека этих термов и запись на их место информации о результате операции.

Выталкивание открывающей скобки сводится к продвижению на одну позицию вглубь стека информации о значении заключенного в скобки подвыражения, находящейся в верхушке стека.

Во время интерпретации при выталкивании ограничителя под реализацией соответствующей ему операции понимается ее выполнение над операндами из стека. Поэтому в стек помещаются значения (а не тексты) термов (алг. 7.7).

В алгоритме 7.7. *Стек.терм* и *Стек.огр* обозначают, соответственно, терм и ограничитель вершины стека.

Алгоритм 7.8. Перевод (компиляция) инфиксного выражения в элементарные присваивания

```

d=' '; i=1; /* Номер очередной переменной вида Ri */
Создать пустой Стек;
while (d != конец-выражения)
{ /* Чтение секции */
  if (d != ')')
  { t = терм; Стек.терм <== t; }
  d = ограничитель;
  if (d != '(')
    /* Выталкивание более приоритетных ограничителей */
    while (в Стекe есть ограничители
      && приоритет d <= приоритет предпоследнего Стек.огр)
    { Стек.терм ==> y;
      if (y имеет вид Rj) i = j; /* Rj освободится */
      if (Стек.терм имеет вид Rj) i = j; /* Rj освободится */
      Вывод "Ri = Стек.терм Стек.огр y ;" ; /* Вместо i,
                                          Стек.терм, Стек.огр, y - значения */
      Стек.терм = "Ri"; i++;
    }
  if (d == ')')
  { y <== Стек.терм; Стек.терм = y; } /* Вытолкнуть '(' */
  else Стек.огр = d;
}

```

Тест. Вход: $a + (b - 1) / 4 \nabla$
 Выход: $R1=b-1; R1=R1/4; R1=a+R1;$

Трассировочная таблица:

Секция	a+	(b-	1)	/	4∇						
i =	1			2		1 2	1 2					
Вывод				R1=b-1		R1=R1/4	R1=a+R1					
Стек =												
	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
		a+	a+	a+	a+	a+	a+	a+	a+	a+	R1∇	
		((((R1	R1/	R1/	R1/	R1		
			b-	b-	1			4				

7.3. Задачи

7.1. Представить в двух других формах записи

- а) инфиксное выражение $9 - 8 / (a + 1) * 3$
- б) префиксное выражение $- / a 2 * 3 + b 8$
- в) постфиксное выражение $x 1 y + 4 / 5 - *$

7.2. Определить результат и составить трассировочную таблицу для

- а) перевода постфиксного выражения $a 1 - 3 \% 4 b * +$ в элементарные присваивания;
- б) перевода инфиксного выражения $a+(3*b-7)/4$ в постфиксное;
- в) вычисления значения инфиксного выражения $a+(3*b-7)/4$ при $a=2$ и $b=9$;
- г) перевода инфиксного выражения $a+(3*b-7)/4$ в элементарные присваивания.

7.3. Входной текст представляет собой выражение из целых чисел с операциями $+$, $-$, $*$, $/$ и скобками и заканчивается знаком "новая строка" или пробелом. Составить программу вычисления значения соответствующего выражения.

Указание: использовать метод стека с приоритетами.

Пример. Вход: $29+3*(540-(100+7)*5)+126/30$

Выход: 48

7.4. Входной текст представляет собой выражение из целых чисел с операциями $+$, $-$, $*$, $/$ и скобками и заканчивается знаком ';'. Составить алгоритм получения бинарного дерева, определяющего структуру данного выражения.

Для анализа выражения и определения порядка выполнения операций использовать

- а) рекурсивный спуск;
- б) метод стека с приоритетами.

7.5. Дано дерево арифметического выражения с целочисленными операндами и операциями сложения, вычитания, умножения и деления. Составить фрагмент программы вычисления значения выражения. Представление дерева выбрать самостоятельно.

Указание: выполнить обход дерева в обратном порядке – снизу вверх, поскольку для выполнения операции необходимо сначала вычислить ее операнды. При таком обходе выражение фактически читается и вычисляется в постфиксной записи.